Datos generales					
Plantel	34 Alan Sac´jun	**Coordinación de zona**	Selva	**Semestre**	Quinto
Ubicación del plantel	Chilón	**UAC**	Taller de Pensamiento Variacional 1.		

Datos de la progresión del aprendizaje			
Etapa de la progresión (Número)	4	**Tiempo total de ejecución**	8 horas
Enunciado de la progresión	Emplea la regla del producto, la regla del cociente y la regla de la cadena en situaciones - problema provenientes de recursos sociocognitivos o áreas del conocimiento, en donde la función que describe el fenómeno de estudio requiere el uso de una de estas reglas. **C1M1, C3M1, C3M3**.		

Elementos presentes en la progresión del aprendizaje[3]	
Categoría	**C1:** Procedural. **C3:** Solución de problemas y modelación.
Subcategoría	**C1S1:** Elementos aritmético-algebraicos. **C3S1**: Uso de modelo.
Metas de aprendizaje	**C1M1:** Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno. **C3M1:** Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto. **C3M3:** Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.
Aprendizaje de trayectoria (equivale al perfil de egreso)	- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal. - Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.

REVISADO COBACH 34 "ALAN SAC JUN"

Abordaje de la progresión del aprendizaje				
	Descripción de la estrategia o actividad	**Tiempo de ejecución**	**Recursos/ material Didáctico**	**Instrumentos de evaluación**
Apertura	**Introducción a las reglas de derivación** La o el docente comparte la siguiente información: El uso o la aplicación de reglas básicas generales nos permiten el cálculo de la derivada de diversas funciones de uso frecuente. Dichas reglas se demuestran a partir de la definición de la derivada. Antes de atender las diferentes fórmulas de derivación es necesario recordar conceptos importantes como lo son función matemática, función algebraica y función trascendente, por lo cual atenderemos lo siguiente: Toda nuestra vida está “en función de…”, por ejemplo: • Yo compro en función del dinero que tengo…,	1 hora	Proyector, pizarrón y plumones.	No aplica.

[4] Planteé una estrategia didáctica para abordar la progresión de aprendizaje que fue seleccionado.

- Tu celular funcionará en función de la batería que le quede… y
- Un coche recorrerá distancias en función del combustible que tenga.

Así es todo: siempre existe una cosa que depende de otra para funcionar. Esa es la clave del concepto de función algebraica:

Destacando: una cosa que depende de otra, es decir hay “un algo independiente que condiciona “otro algo” dependiente. En Pensamiento Matemático le llamamos una variable independiente y una variable dependiente (es decir, que depende de la otra). En el caso de los tres ejemplos citados, serían:

Variable independiente	**Variable dependiente**
El dinero que tienes.	Lo que puedes comprar.
La carga de batería de tu móvil o celular.	El tiempo que dura encendido.
La cantidad de combustible de un automóvil.	La distancia que puede recorrer.

La o el docente realiza un diagnóstico informal a través de preguntas, respecto a otros ejemplos de la vida cotidiana, donde la o el estudiante debe saber identificar la variable dependiente e independiente.

Desarrollo

Momento 1.
La o el docente comparte las reglas y fórmulas de derivación y ejemplos siguientes:

1) Regla del **producto**. La derivada del producto de dos funciones “***U***” y “***V***” es igual al producto de la primera por la derivada de la segunda, más el producto de la segunda por la derivada de la primera función.

	$$\frac{d}{dx}(U.V) = U.\frac{d}{dx}(V) + V.\frac{d}{dx}(U)$$ **2)** Regla del **cociente**. La derivada de un cociente de funciones es igual al producto de la función del denominador “***V***” por la derivada de la función del numerador, menos el producto de la función del numerador “***U***” por la derivada de la función del denominador, todo ello dividido entre el cuadrado del denominador. $$\frac{d}{dx}\left(\frac{U}{V}\right) = \frac{V.\frac{d}{dx}(U) - U.\frac{d}{dx}(V)}{V^2}$$ **3)** Regla de la **cadena**. Si ***y = f(u)*** y ***u = g(x)*** son funciones derivables, entonces: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}.\frac{du}{dx}$ ó $\frac{dy}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)).g'(x)$ La o el docente expone la resolución de derivadas de funciones $\frac{dy}{dx}$ donde aplique las tres reglas de derivación. $y = (x^2 - 5x)(7x + 1)^3$ $y = x^4.\sqrt[3]{(8x^2 - 5)^2}$ $y = \frac{(9x + 2)^4}{x - 5}$ $y = \frac{\sqrt{2x - 7}}{x^2 - 5}$ $y = (2x^2 - 7x + 1)^2$	2 horas	Proyector, pizarrón y plumones.	No aplica.
	<u>Momento 2.</u> Las y los estudiantes, organizados en equipos, encuentran la $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones: $y = x^3.\sqrt[5]{x^4 - 7x + 8}$ $y = \frac{\sqrt{(3x^2 - 4)^5}}{x^3 + 1}$	2 horas	Libreta, lápiz y borrador.	Lista de cotejo 1.

	$y = (3x^2 - 2x)^2$ **<u>Momento 3.</u>** La o el docente explica la solución de un problema de aplicación empleando la regla de la cadena con una variable independiente. El radio de un cilindro circular recto se incrementa de 6 plg/min, y la altura decrece a razón de 4 plg/min. ¿Cuál es la razón de cambio del volumen y área superficial cuando el radio es 14 plg y la altura es 30 plg?	1 hora	Proyector, pizarrón y plumones.	No aplica.
Cierre	Las y los estudiantes, organizados en equipos, encuentran la solución de un problema de aplicación empleando la regla de la cadena con una variable independiente. **Volumen y área superficial** El radio de un cono circular decrece a razón de 6 plg/min, y la altura también decrece a razón de 2 plg/min. ¿Cuál es la razón de cambio del volumen y del área superficial cuando el radio es de 12 plg y la altura de 25 plg?	2 horas	Libreta, lápiz, borrador, juegos geométricos.	Rúbrica de evaluación 1.

Fuentes de consulta

Bibliográfica	Videográfica	Páginas web
Cálculo diferencial e integral. William Anthony Granville. Editorial Limusa.	- **Aprueba con Jorge, Calcular la DERIVADA DE UN PRODUCTO, Youtube,** https://www.youtube.com/shorts/U31mQXOUBE8 - **Edu-Math, Derivada de un cociente | ejemplo 1, Youtube,** **https://www.youtube.com/shorts/Qy43IpOBB0o** - **Matemáticas profe Alex, Derivadas Regla de la cadena | Función compuesta | Ejemplo 1, Youtube,**	**https://www.fisicalab.com/apartado/reglas-derivacion** **https://www.hiru.eus/es/matematicas/reglas-de-derivacion-i** **https://intranetua.uantof.cl/estudiomat/inc27/reglasderivacion.pdf**

	https://www.youtube.com/watch?v=m_5-WS9Nd68 - **Profesor Manuel García @profejuanma, Funciones de varias variables - Regla de la cadena - Ejercicio de aplicación 02, Youtube, https://www.youtube.com/watch?v=2SDbDSvDbN4** - **Sony Math @sonymath7162, REGLA de la CADENA| PROBLEMA, Youtube, https://www.youtube.com/watch?v=dz1BIEcc-ok**	

ELABORÓ

Ing. Alan Sebastian Díaz Gálvez

REVISÓ

COLEGIO DE BACHILLERES DE CHIAPAS PLANTEL 34 "ALAN SAC JUN" CLAVE:07ECB0079X

Lic. Sergio Santos Moreno

Lista de cotejo 1

Las y los estudiantes organizados en equipos encuentran la $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones:

$$y = x^3 . \sqrt[5]{x^4 - 7x + 8}$$

$$y = \frac{\sqrt{(3x^2 - 4)^5}}{x^3 + 1}$$

$$y = (3x^2 - 2x)^2$$

Nombre de la Unidad de Aprendizaje Curricular :	**Sem/grupo:**	
Integrantes del equipo: **1.**___________________________ **2.**___________________________	**Fecha:**	
	Puntaje:	
Criterio	**Registro de cumplimiento**	
	Sí	**No**
Colabora y apoya a sus compañeros.		
Conoce las fórmulas correspondientes a cada función a derivar.		
Demuestra interés en el desarrollo para encontrar las derivadas de las 3 funciones.		
Escucha con respeto a los integrantes del equipo.		
Conoce el procedimiento para hallar la derivada de las funciones.		
Realiza el procedimiento correcto en el desarrollo para encontrar la derivada de las tres funciones.		
Obtiene la derivada correcta de la función empleando la regla del producto.		
Obtiene la derivada correcta de la función empleando la regla del cociente.		

Obtiene la derivada correcta de la función empleando la regla de la cadena.		

—

Rúbrica de evaluación 1

Las y los estudiantes, organizados en equipos, encuentran la solución de un problema de aplicación empleando la regla de la cadena con una variable independiente.

Volumen y área superficial

El radio de un cono circular decrece a razón de 6 plg/min, y la altura también decrece a razón de 2 plg/min. ¿Cuál es la razón de cambio del volumen y del área superficial cuando el radio es de 12 plg y la altura de 25 plg?

Aspectos	4 Excelente	3 Satisfactorio	2 Mejorable	1 Insuficiente
Comprensión del problema	Analiza, reconoce e interpreta perfectamente los datos, identificando con certeza lo que se busca y demostrando una absoluta comprensión del problema.	Analiza, reconoce e interpreta los datos, identificando con claridad lo que se busca y demostrando una alta comprensión del problema.	Reconoce los datos e interpreta la relación entre los mismos, demostrando una comprensión elemental del problema.	No reconoce los datos, sus relaciones ni el contexto del problema, mostrando poca comprensión del mismo.
Estrategia	Siempre utiliza estrategias heurísticas efectivas y eficientes, construyendo modelos matemáticos sencillos con la información sobre lo que significa cada letra o número.	Acostumbra a usar estrategias heurísticas efectivas y eficientes, con modelos matemáticos sin la información sobre lo que significa cada letra o número.	Algunas veces usa una estrategia heurística eficiente, pero falta firmeza y claridad.	En contadas ocasiones usa una estrategia heurística eficiente. Se detecta incoherencia.
Planteamiento razonado	Detalla los pasos seguidos, relacionando y aplicando en grado óptimo los conceptos matemáticos necesarios.	Detalla los pasos seguidos y aplica correctamente los conceptos matemáticos necesarios.	Detalla los pasos seguidos y muestra un aceptable conocimiento de los conceptos matemáticos.	No detalla los pasos seguidos y se aprecia desconocimiento en los conceptos matemáticos necesarios.
Ejecución técnica	Identifica la fórmula aplicable, utiliza adecuada y rigurosamente el lenguaje matemático, realiza cálculos correctos y tiene en cuenta las unidades de medida.	Identifica la fórmula aplicable, utiliza adecuadamente el lenguaje matemático y realiza cálculos correctos, pero no tiene en cuenta las unidades de medida.	Identifica la fórmula aplicable, usa de manera aceptable el lenguaje matemático y comete errores leves.	No identifica la fórmula aplicable, no usa el lenguaje matemático y comete bastantes errores de cálculo.
Solución del problema	Aporta correctamente la solución del problema, analiza y discute sobre su unicidad y reflexiona y valora sobre su fiabilidad. Revisa el proceso, detecta si hay errores y procede a su rectificación.	Aporta correctamente la solución del problema, analiza y discute sobre su unicidad y reflexiona y valora sobre su fiabilidad.	Aporta la solución correcta pero no reflexiona sobre su fiabilidad.	No aporta la solución correcta.

Datos generales					
Plantel	34 Alan Sac´jun	**Coordinación de zona**	Selva	**Semestre**	Quinto
Ubicación del plantel	Chilón	**UAC**	Taller de Pensamiento Variacional 1.		

Datos de la progresión del aprendizaje			
Etapa de la progresión (Número)	5	**Tiempo total de ejecución**	4 horas
Enunciado de la progresión	Analiza el Teorema de Valor Medio y Teorema de Rolle, así como su utilidad en el planteamiento y solución a problemas de la vida cotidiana o del entorno que le rodea, de manera que el estudiantado analice, compruebe e interprete sus hallazgos y resultados.		

Elementos presentes en la progresión del aprendizaje	
Categoría	**C2:** Procesos de intuición y razonamiento. **C3:** Solución de problemas y modelación.
Subcategoría	**S1:** Capacidad para observar y conjeturar. **S3:** Pensamiento formal. **S1:** Uso de modelos.
Metas de aprendizaje	**C2M1:** Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo. **C2M2:** Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación. **C3M3:** Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.
Aprendizaje de trayectoria (equivale al perfil de egreso)	- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana.) - Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.

REVISADO COBACH 34 "ALAN SAC JUN"

Abordaje de la progresión del aprendizaje

	Descripción de la estrategia o actividad	Tiempo de ejecución	Recursos/ material didáctico	Instrumentos de evaluación
Apertura	**Actividad 1: "Entre dos puntos"** Propósito: Introducir de forma intuitiva los conceptos que luego formaliza el **Teorema del Valor Medio.** • La o el docente plantea la siguiente situación: "Un auto parte de una ciudad A hacia una ciudad B, que se encuentra a 100 km. Sale a las 9:00 a.m. y llega a las 10:00 a.m. ¿Hubo algún momento en el trayecto donde el auto iba exactamente a 100 km/h?" Se proyectan dos gráficas: una simple y una no lineal de posición vs. Tiempo. • Se guía un breve diálogo con el grupo: ○ ¿Qué entienden por velocidad promedio? ○ ¿Puede coincidir la velocidad instantánea con la velocidad promedio? ○ ¿En qué situaciones de la vida diaria creen que esto es importante? ○ **Anexo 1.**	60 minutos	Medio digital, pizarra y plumones.	No aplica.
Desarrollo	La o el docente proyecta la siguiente diapositiva para explicar el Teorema de Rolle, así como el Teorema del Valor Medio. **Anexo 2.**	120 minutos	Proyector, laptop, pizarra y plumones.	No aplica.
Cierre	En esta actividad, la o el docente organiza al grupo en equipo de tres o cuatro integrantes, quienes trabajarán para comparar y reflexionar sobre dos importantes teoremas del cálculo diferencial: el **Teorema de Rolle** y el **Teorema del Valor Medio**. A través de una tabla explica y aplica sus conocimientos a situaciones reales. **Anexo 3**.	60 minutos	Medio digital, pizarra y plumones.	**Lista de cotejo.**

Fuentes de consulta		
Bibliográfica	**Videográfica**	**Páginas web**
Morales, Luis (2015) Matemáticas I 1° De Bachillerato **https://www.matematicasonline.es/BachilleratoCCNN/Primero/tema/limites.pdf** **Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Campeche.** (2021). *Cálculo. Cuadernillo de trabajo: Segundo parcial. Semestre febrero-julio 2021*. https://www.cecytcampeche.edu.mx/BibliotecaVirtual/6toSemestrePropedeutico/06_PROP_Temas_de_Fisica_2do_parcial.pdf	- **Wilder Castaño, Teorema de Rolle y Teorema del valor medio, Youtube,** https://youtu.be/k69-VjmiQM4 - **URmathWorld, Teorema del Valor Medio (Teorema de Rolle), Youtube,** https://youtu.be/x3FOeydXWOM	**https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-limits-new/ab-1-2/a/limits-intro**

ELABORÓ

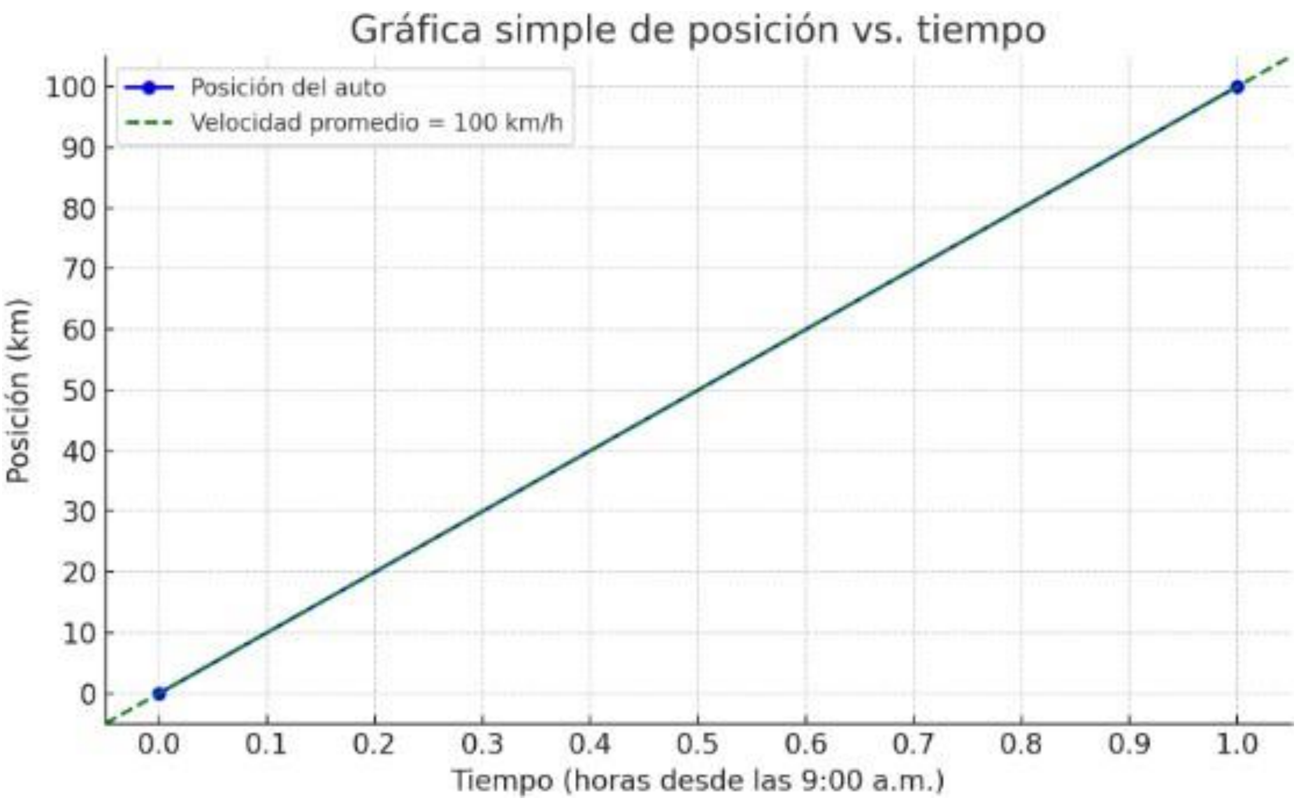
Ing. Alan Sebastian Díaz Gálvez

COLEGIO DE BACHILLERES DE CHIAPAS
PLANTEL 34
"ALAN SAC JUN"
CLAVE:07ECB0079X

REVISÓ

Lic. Sergio Santos Moreno

Anexo 1. **Actividad entre dos puntos**

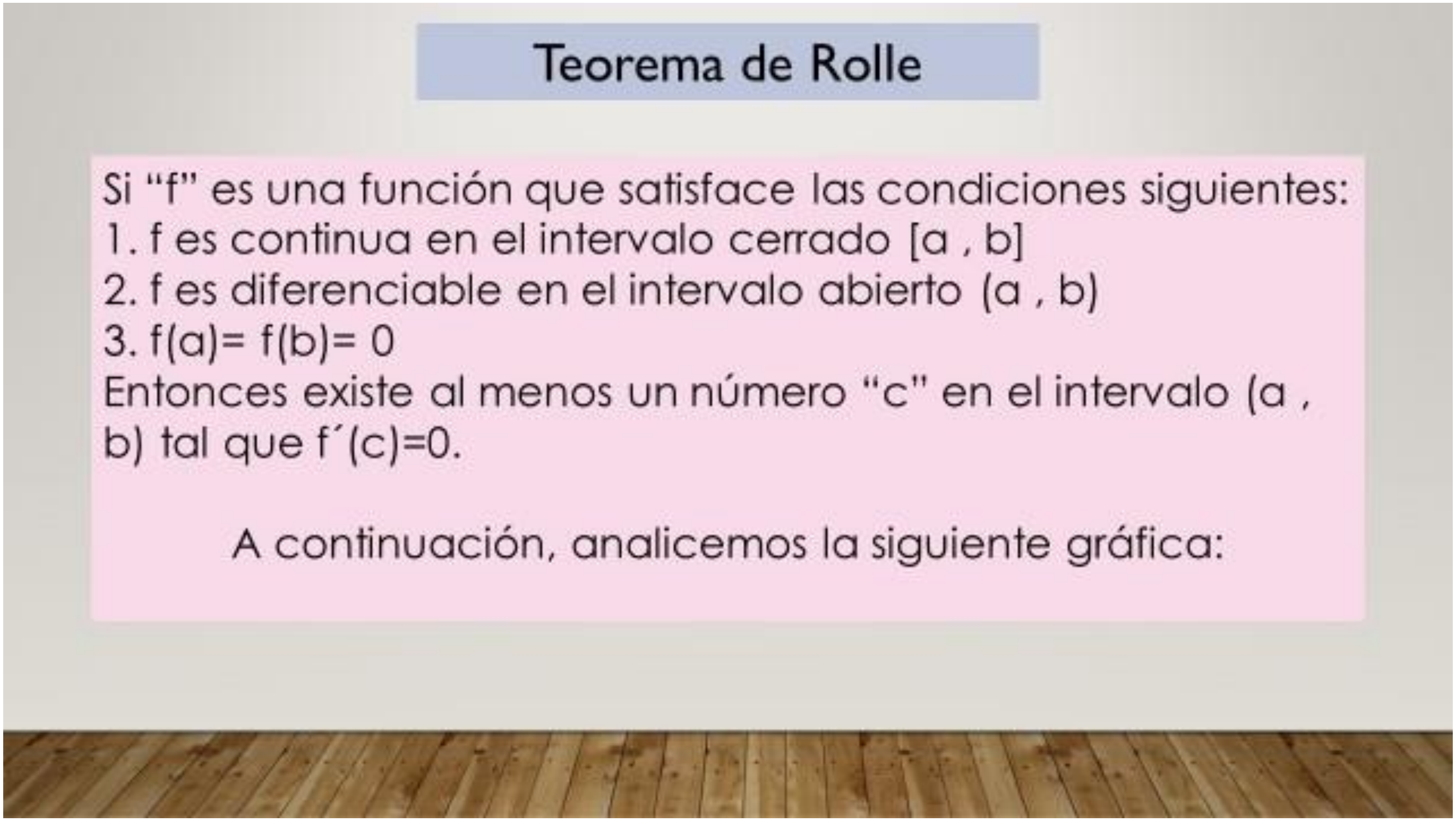


Gráfica simple de posición vs. tiempo que se plantea en la *Actividad 1.* La línea azul representa el recorrido del automóvil desde 0 km a 100 km en 1 hora. La línea verde punteada muestra la velocidad promedio (100 km/h), indicando que, según el Teorema del Valor Medio, en algún punto la velocidad instantánea debe haber coincidido con esa velocidad promedio.

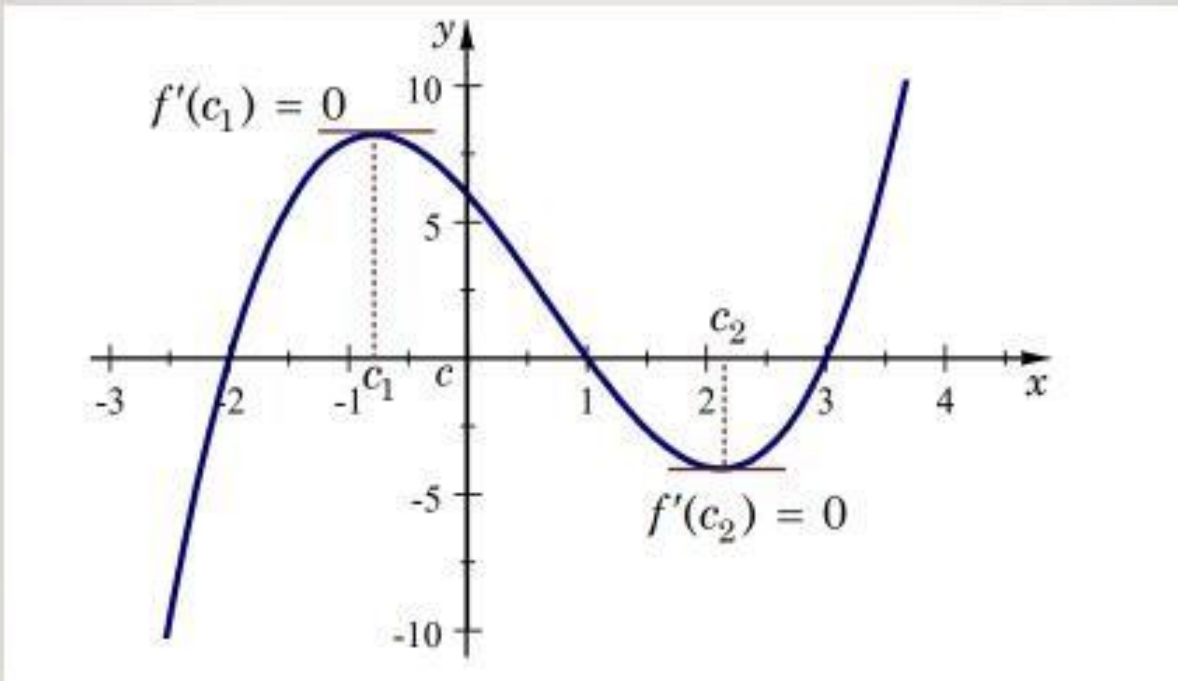
Gráfica no lineal de posición vs. tiempo, donde se simula una trayectoria más realista: el automóvil acelera al inicio, mantiene cierta velocidad media, y luego desacelera.

La línea curva azul representa esta variación, mientras que la línea verde punteada representa la velocidad promedio. De acuerdo con el Teorema del Valor Medio, en al menos un punto de la curva, la pendiente (velocidad instantánea) debe coincidir con esa pendiente promedio, incluso si la velocidad cambia durante el trayecto.

Anexo 2. Teorema de Rolle y Teorema del Valor Medio.



La siguiente gráfica muestra una función que satisface las tres condiciones del Teorema del Rolle, en el intervalo [-2,3]. Y tiene dos valores c_1 y c_2 que satisfacen las condiciones del teorema.



Ejemplo

Determine si la función satisface las condiciones del Teorema de Rolle sobre el intervalo indicado. En caso afirmativo, determine todos los valores de "c" que satisfacen el teorema. Ilustre su resultado dibujando la gráfica de la función en el intervalo indicado, apoyándose de diferentes aplicaciones (GeoGebra, Photomath).

$$f(x) = x^{2/3} - 3x^{1/3} + 2; \qquad [1, 8]$$

a) La primera condición establece que la función debe ser continua en el intervalo cerrado [1, 8]. La función que se está estudiando contiene raíces cúbicas y sumas, como la raíz cúbica es continua en todos los números reales, se tiene que la función sí es continua en el intervalo [1, 8].

b) La segunda condición establece que la función debe ser derivable en el intervalo abierto (1,8). Se calcula la primera derivada:

$$f'(x) = D_x\left(x^{2/3} - 3x^{1/3} + 2\right)$$

$$= \frac{2}{3}x^{-1/3} - x^{-2/3}$$

$$= \frac{2}{3x^{1/3}} - \frac{1}{x^{2/3}}$$

$$= \frac{2x^{1/3} - 3}{3x^{2/3}}$$

La derivada no está definida únicamente para x =0 . Por lo tanto, si es derivable en el intervalo abierto (1,8).

c) La tercera condición establece que f(1)=f(8)=0. Se evalúa la función en los extremos del intervalo

$$f(1) = (1)^{2/3} - 3(1)^{1/3} + 2 = 1 - 3 + 3 = 0$$

$$f(8) = (8)^{2/3} - 3(8)^{1/3} + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$$

Como se satisfacen las tres condiciones, el teorema garantiza que existe al menos un número "c" en el intervalo (1,8) , tal que f´(c)=0, es decir:

$$f'(c) = \frac{2c^{1/3} - 3}{3c^{2/3}} = 0$$

Despejando el valor de “C”

$$2c^{1/3} - 3 = 0$$

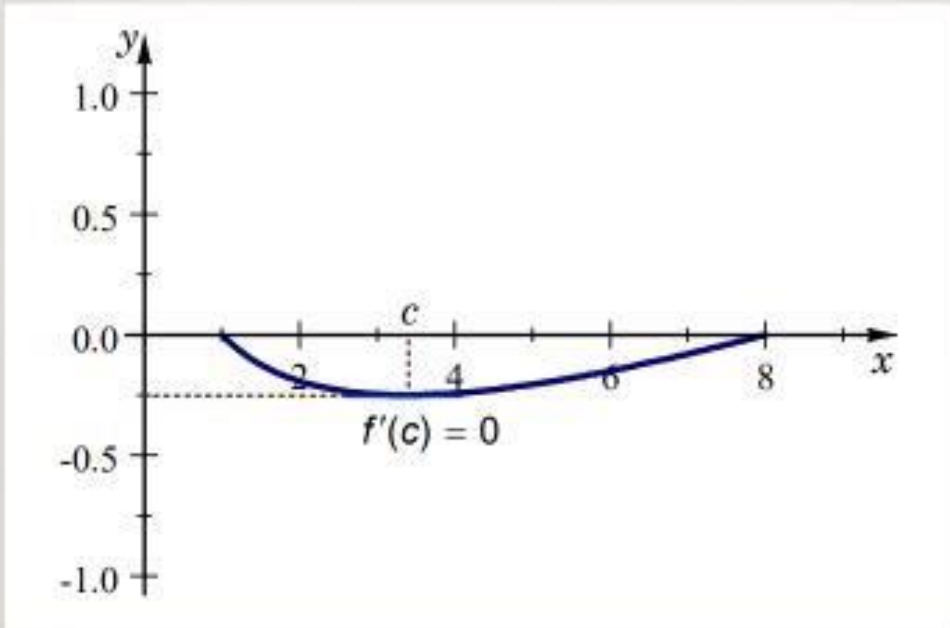
$$2c^{1/3} = 3$$

$$c^{1/3} = \frac{3}{2}$$

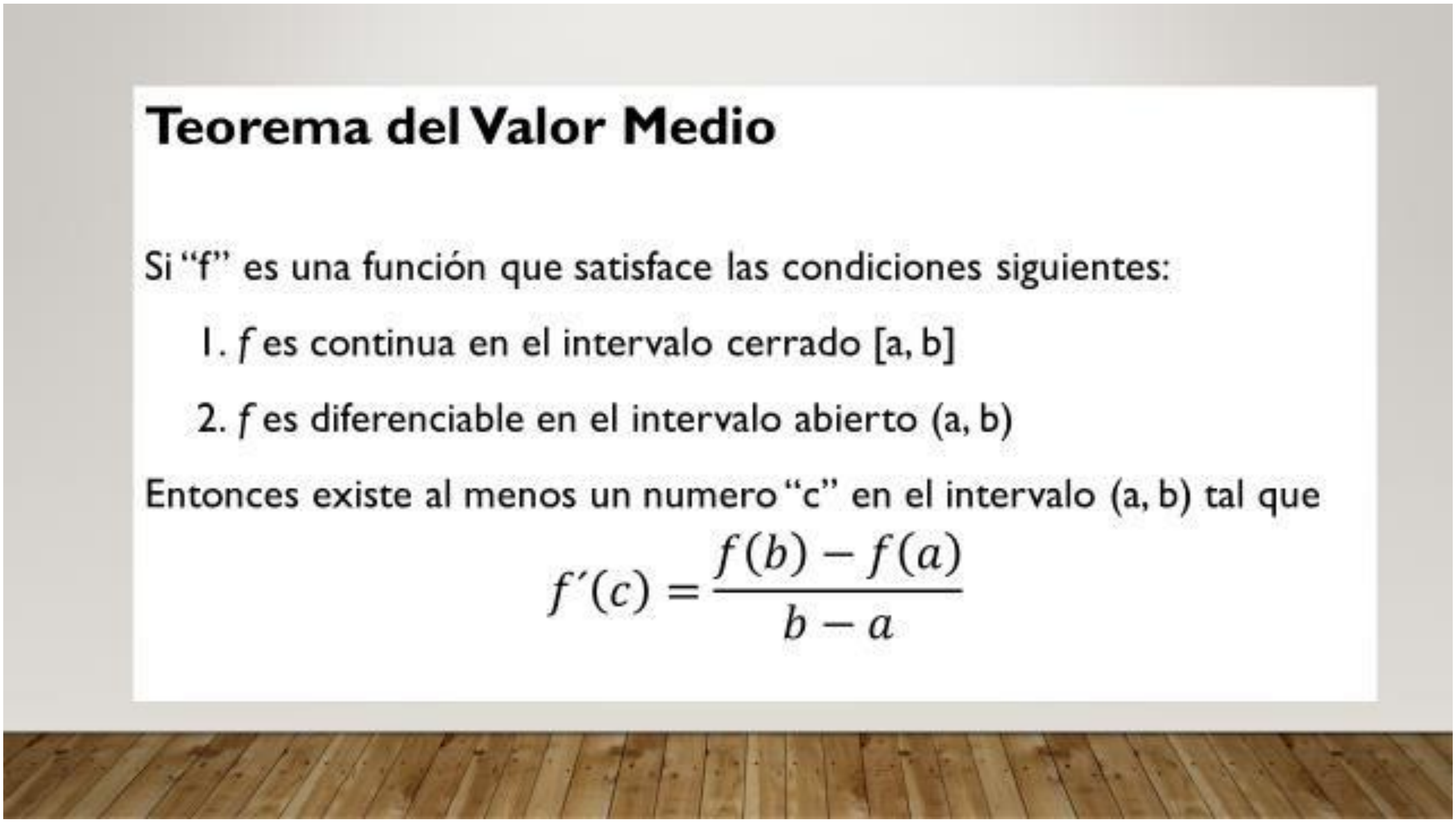
$$c = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$c = \frac{27}{8} = 3.375$$

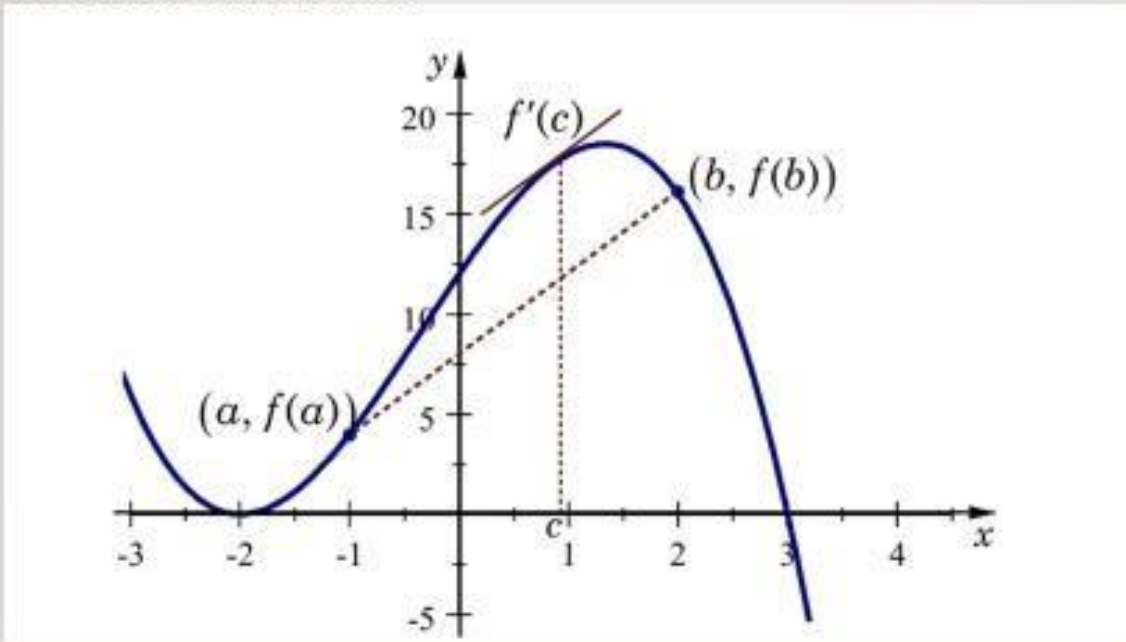
La siguiente figura muestra la gráfica de la función en el intervalo [1, 8]



El Teorema de Rolle se usa fundamentalmente en el cálculo para demostrar el Teorema del Valor Medio, uno de los teoremas más importantes del cálculo, que, a la vez, se utiliza para demostrar muchos otros teoremas del cálculo diferencial e integral.


Teorema del Valor Medio
Si “f” es una función que satisface las condiciones siguientes:
1. f es continua en el intervalo cerrado [a, b]
2. f es diferenciable en el intervalo abierto (a, b)
Entonces existe al menos un numero “c” en el intervalo (a, b) tal que
$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

La siguiente gráfica muestra una función que satisface las condiciones del Teorema del Valor Medio en el intervalo y tiene un valor de “c” que satisface las condiciones del teorema.



Observe que este teorema asegura que existe al menos un número “c” entre “a” y “b” tal que la pendiente de la recta tangente en “c” es igual a la pendiente de la recta que pasa por los puntos (a , f(a)) y (b , f(b))

Ejemplo 2: Teorema del Valor Medio

Determine si la función satisface las condiciones del Teorema del Valor Medio sobre el intervalo indicado. En caso afirmativo, determine todos los valores de "c" que satisfacen el teorema. Ilustre su resultado dibujando la gráfica de la función en el intervalo indicado.

$$f(x) = x + \frac{4}{x}; \quad [1,5]$$

Solución

a. La primera condición establece que la función debe ser continua en el intervalo cerrado [1, 5]. La función $f(x) = x + \frac{4}{x}$ es discontinua únicamente en x = 0, que no está en el intervalo, por lo que se concluye que la función es continua en el intervalo [1, 5].

b. La segunda condición establece que la función debe ser derivable en el intervalo abierto (1, 5). Se calcula la primera derivada:

$$f(x) = Dx\left(x + \frac{4}{x}\right)$$
$$= 1 - \frac{4}{x^2}$$
$$= \frac{(x^2 - 4)}{x^2}$$

La derivada no está definida únicamente para $x = 0$, que no está en el intervalo $(1, 5)$. Por lo tanto, si es derivable en el intervalo abierto $(1, 5)$.

Como se satisfacen las dos condiciones, el Teorema del Valor Medio garantiza que existe al menos un número “c” en el intervalo $(1, 5)$, tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Despejando el valor de “c”

$$f'(c) = \frac{\left(5 + \frac{4}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{4}\right)}{5 - 1} = \frac{\left(\frac{29}{5} - 5\right)}{4} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{(c^2 - 4)}{c^2} = \frac{1}{5}$$

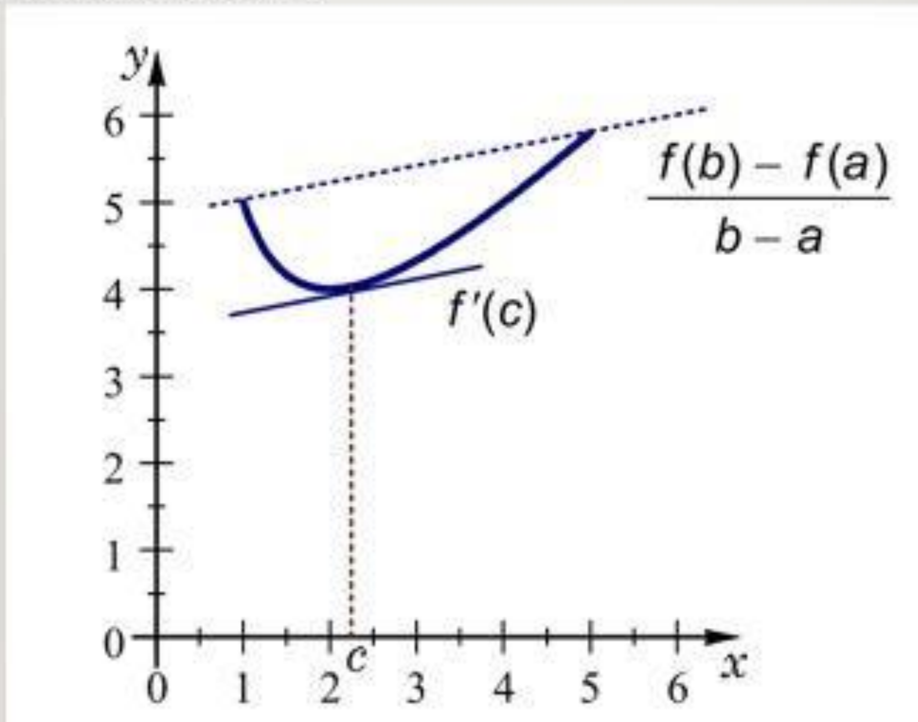
$$5(c^2 - 4) = c^2$$

$$4c^2 = 20$$

$$c^2 = 5$$

$$c = \sqrt{5}$$

La siguiente figura muestra la gráfica de la función en el intervalo [1,5]. También se muestra la pendiente de la recta que pasa por los puntos (a, f(a) y (b, f(b)), así como la pendiente de la recta tangente en “c”



Anexo 3: Tabla comparativa de teoremas

<table>
<tr><td>Integrantes</td><td colspan="2">1____________________
2____________________
3____________________
4____________________</td><td>Fecha:
__________</td><td>Grupo:
__________</td></tr>
<tr><td colspan="5">Instrucciones: en equipo analizarán las diferentes situaciones y llenarán la tabla acerca de los dos teoremas: de Rolle y del Valor Medio.</td></tr>
<tr><td>Situaciones de la vida real</td><td>¿Cuál de los dos teoremas se puede utilizar?</td><td>Que condicionen se cumplen</td><td>¿Qué nos garantiza el teorema en esta situación?</td><td>¿Cómo se relaciona con la velocidad o el cambio observado?</td></tr>
<tr><td>Viaje en bicicleta: Ida y vuelta al parque.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Repartidor de comida: Recorre 15 km en 30 min.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Subida y bajada a una montaña: Misma altitud al inicio y final.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Caminata al trabajo: Del hogar a la oficina en línea recta.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Lista de cotejo para la tabla comparativa

Nombre de la Unidad de Aprendizaje Curricular :	**Sem/grupo:**	
Fecha:	**Nombre del estudiante:**	
Criterio	**Registro de cumplimiento**	
	Sí	**No**
Demuestra interés en el desarrollo de la actividad.		
Entregan en tiempo y forma.		
Reconoce aspectos de los teoremas de Rolle y del Valor Medio.		
Entrega de forma ordenada y limpia.		
Existe respeto entre sus compañeros de equipo.		
Presenta la tabla de las conclusiones llena.		

Datos generales					
Plantel	34 Alan Sac´jun	**Coordinación de zona**	Selva	**Semestre**	Quinto
Ubicación del plantel	Chilón	**UAC**	Taller de Pensamiento Variacional 1.		

Datos de la progresión del aprendizaje			
Etapa de la progresión (Número)	6	**Tiempo total de ejecución**	5 horas
Enunciado de la progresión	Aplica procedimientos algorítmicos para derivar funciones implícitas y de orden superior, así como el uso de estas últimas para resolver límites indeterminados utilizando la regla de L'Hôpital aplicando estas herramientas en la solución de problemas de las ciencias. **C1M1, C1M2, C3M1, C3M3.**		

Elementos presentes en la progresión del aprendizaje	
Categoría	**C1:** Procedural. **C3:** Solución de problemas y modelación.
Subcategoría	**C1S1:** Elementos aritmético-algebraicos. **C1S3**: Elementos variacionales. **C3S2:** Construcción de modelos.
Metas de aprendizaje	**C1M1:** Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos de ciencia y de su entorno. **C1M2**: Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto. **C3M1:** Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto. **C3M3:** Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.
Aprendizaje de trayectoria (equivale al perfil de egreso)	- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal. - Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.

REVISADO COBACH 34 "ALAN SAC JUN"

Abordaje de la progresión del aprendizaje				
	Descripción de la estrategia o actividad	**Tiempo de ejecución**	**Recursos/ material didáctico**	**Instrumentos de evaluación.**
Apertura	Encuadre: • La o el docente establece los criterios de evaluación durante el parcial, de acuerdo con la planeación. La o el docente plantea al estudiantado las siguientes preguntas detonadoras: ¿Recuerdan cómo se grafica una función como y =2x+3? ¿Qué pasa si no se puede despejar “y” tan fácilmente? La o el docente explica las diferencias entre función explícita y función implícita, de manera algebraica y gráfica. El estudiantado resuelve las preguntas planteadas por la o el docente. **Anexo 1**.	10 min 10 min 20 min 20 min	Proyector, pizarrón y plumones. Proyector, pizarrón, plumones, libreta y lápiz .	No aplica. Lista de cotejo.
Desarrollo	La o el docente explica en el pizarrón o proyector la forma en que se realiza la derivación implícita, utilizando las diferentes notaciones. **Anexo 2.** El estudiantado resuelve ejercicios propuestos por la o el docente. **Anexo 3.** La o el docente explica el concepto de derivadas de orden superior, como una herramienta fundamental del pensamiento variacional que se usa para analizar cómo cambia una función, no solo en su primera variación, sino también en sus variaciones sucesivas. **Anexo 4**. El estudiantado resuelve de manera individual los ejercicios propuestos por la o el docente. **Anexo 5**. La o el docente explica y ejemplifica la regla de L’Hôpital, destacando que es una herramienta fundamental en el cálculo variacional, ya que permite resolver límites indeterminados de modo riguroso y eficiente. **Anexo 6.**	60 min 30 min 30 min 30 min 30 min	Proyector, Pizarrón, plumones, Libreta y lápiz.	Lista de cotejo.

Cierre	Integrados en parejas, las y los alumnos resuelven los ejercicios y problemas planteados por la o el docente. **Anexo 7.**	30 min	Proyector, pizarrón, plumones, cuaderno y lápiz.	Lista de cotejo.

Fuentes de consulta		
Bibliográfica	**Videográfica**	**Páginas web**
Swokowski, E. W., Abreu, J. L., & Fetter, H. (Trad.). (1989). *Cálculo con geometría analítica* (2.ª ed.). Grupo Editorial Iberoamérica	- **La Ardilla Sabia, Regla de L'Hopital | Ejercicio 3 (Nivel Ardilla 🐿), Youtube,** https://www.youtube.com/watch?v=bVjbts7WdUw&ab_channel=LaArdillaSabia	**https://calculodiferencial.com/derivadas-de-orden-superior/**

ELABORÓ

Ing. Alan Sebastián Díaz Gálvez

REVISÓ

COLEGIO DE BACHILLERES DE CHIAPAS PLANTEL 34 "ALAN SAC JUN" CLAVE 07ECB0079X

Lic. Sergio Santos Moreno

Apertura del docente

Una función implícita se expresa en términos de variables dependientes e independientes, como $y - 3x^2 + 2x + 5 = 0$. Mientras que una función explícita se representa en términos de una variable independiente. Por ejemplo, $y = 3x + 1$ es explícita, donde "y" es una variable dependiente y depende de la variable independiente "x". En el caso de la diferenciación, una función implícita se puede derivar fácilmente sin reorganizar la función y derivar cada término. Como "y" es una función de "x", aplicaremos la regla de la cadena, así como la regla del producto y el cociente. Ahora, comprendamos el concepto con la ayuda de la definición y ejemplos.

Es muy fácil de resolver cuando las ecuaciones toman la forma $y = f(x)$. Cuando una función se expresa de esta forma, representa la función explícita. Sin embargo, es posible expresar "y" implícitamente en términos de $f(x)$. En tal caso, utilizamos el concepto de diferenciación implícita de funciones.

El círculo unitario se puede especificar implícitamente como el conjunto de puntos (x, y) que cumplen la ecuación, $x^2 + y^2 = 1$.

Anexo 1

1. ¿Qué se entiende por función implícita?
2. ¿Qué es una función explícita?
3. ¿Cómo saber si una función es implícita?
4. ¿Qué es la diferenciación de funciones implícitas?
5. ¿Qué es explícito y qué es implícito?

Anexo 2

Derivadas de funciones implícitas

La derivación implícita es un método para encontrar la derivada de una función cuando no está expresada explícitamente en términos de una sola variable (por ejemplo, y = f(x)). En lugar de eso, la relación entre las variables (usualmente "x" e "y") se define mediante una ecuación que no está resuelta para ninguna de las variables.

¿Cómo se resuelve la derivación implícita?

1. Derivar ambos lados de la ecuación:

Se deriva cada término de la ecuación con respecto a la variable independiente (generalmente x), tratando la variable dependiente (generalmente "y") como una función de "x". Esto implica usar la regla de la cadena cuando se deriva un término que contiene "y".

2. Aplicar la regla de la cadena:

Cuando se deriva una función de "y", se debe multiplicar por dy/dx. Por ejemplo, la derivada de" y^2" con respecto a "x" es

2y * dy/dx

3. Despejar dy/dx:

Una vez que se ha derivado toda la ecuación, se agrupan todos los términos que contienen dy/dx en un lado y se despeja dy/dx.

Para ampliar lo antes mencionado se desarrollarán diversos ejemplos de derivación implícita.

Ejemplo 1. Encuentra $\frac{dy}{dx}$ si $x^4 + y^3 - 3x^2y = 0$

Solución: La función dada $x^4 + y^3 - 3x^2y = 0$ se puede diferenciar utilizando el concepto de diferenciación de funciones implícitas.

Por lo tanto, al diferenciar ambos lados con respecto a "x", obtenemos:

$$4x^3 + 3y^2\frac{dy}{dx} - 3\left(2xy + x^2\frac{dy}{dx}\right) = 0$$
$$\frac{dy}{dx}(3x^2 - 3y^2) = 4x^3 - 6xy$$
$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{4x^3 - 6xy}{3x^2 - 3y^2}$$

Ejemplo 2. Derivar $x^2 + y^2 = 25$ implícitamente.
Solución: Derivando $x^2 + y^2 = 25$ con respecto a "x" obtenemos:
$2x + 2y\, dy/dx = 0$
$2y\, dy/dx = -2x$
$dy/dx = -2x/2y$
$dy/dx = -x/y$

Ejemplo 3. Derivar $x^3 + y^2 = 16$ implícitamente.
Solución: Derivando $x^3 + y^2 = 16$ con respecto a "x" obtenemos:
$3x^2 + 2y\ dy/dx = 0$
$2y\, dy/dx = -3x^2$
$dy/dx = -3x^2/2y$

Ejemplo 4. Encuentra la pendiente de la recta tangente a la curva $y = x^2 + 3y^2 + xy$.

Solución: En este ejemplo, se nos pide hallar una tangente a la curva dada. Para hallarla, calculamos dy/dx , que representa la pendiente de la curva dada. Dado que es una función implícita, al derivar ambos lados respecto a "x", obtenemos:

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 6y\frac{dy}{dx} + y + x\frac{dy}{dx}$$
$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}(1 – x – 6y) = 2x + y$$
$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{2x+y}{1-x-6y}$$

Esto representa la pendiente de la curva dada.

Se puede utilizar otra notación para $\frac{dy}{dx}$, indicándose como "$y´$".

Se realizará un ejemplo como muestra de la notación.

Ejemplo 5. Deriva la función implícita $\sqrt{x+y} = xy$

Solución. Para ello, derivamos cada término por separado. En este caso, debemos derivar ambos miembros, considerando la derivada respecto a "x" y otra respecto a la variable "y".

$$\frac{1}{2\sqrt{x+y}} + \frac{y'}{2\sqrt{x+y}} = y + xy'$$

Recordemos que debemos despejar "$y´$", así que lo que contenga a "$y´$", lo escribimos del mismo lado de la ecuación y lo que no lo contenga del otro lado, obteniendo así:

$$\frac{y'}{2\sqrt{x+y}} - xy' = y - \frac{1}{2\sqrt{x+y}}$$

Finalmente, resolvemos las operaciones con fracciones, factorizamos por factor común "*y´*" y despejamos "*y´*".

$$\frac{1-2x\sqrt{x+y}}{2\sqrt{x+y}}\,y' = \frac{2y\sqrt{x+y}-1}{2\sqrt{x+y}}$$

$$y' = \frac{2y\sqrt{x+y}-1}{1-2x\sqrt{x+y}}$$

Anexo 3

1. Derivar $x^4 + y^3 = 1$ implícitamente.
2. Derivar $yx^4 + y^3 = 1$ implícitamente.
3. Derivar $x^2 + y^2 = y$ implícitamente.
4. Encuentra $\frac{dy}{dx}$ de $x^6 - 2y^2 + 5xy^4 = 100$.
5. Encuentra $y´$ de $\sqrt{x^2 + y^2} = 5y + x$.

Anexo 4

Derivadas de orden superior.

Después de abordar diferentes progresiones con el contenido de derivadas, se han cubierto diversas reglas para muchos tipos de funciones. Si se tienen claras dichas reglas, no es difícil resolver las derivadas de orden superior.
Se entiende por derivadas de orden superior a la segunda derivada de la función, es decir, se tiene una función f(x) a la cual se le calcula su derivada f'(x) (primera derivada) y esta se deriva nuevamente para obtener f´´(x), es decir, es la derivada de la función derivada.

Las funciones se pueden derivar más de una vez, también se puede derivar la segunda derivada, todo va dependiendo de la característica de la función, dando el nombre de derivadas de mayor orden.
Las derivadas de orden superior son utilizadas en las aplicaciones de la derivada.

Orden de las derivadas

El orden de las derivadas se denota por:

Derivada de segundo orden

$$f''(x) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}$$

Derivada de tercer orden

$$f'''(x) = \frac{d^3}{dx^3}$$

Derivada de cuarto orden

$$f''''(x) = \frac{d^4}{dx^4}$$

En las siguientes derivadas de mayor orden, no utilizamos el apóstrofo para denotar el orden, se utiliza:

$$\frac{d^n}{dx^n} f(x)$$

Instrumentos de evaluación

Lista de cotejo para actividad de apertura.

Nombre completo del alumno: ________________________________Centro educativo: _______
Semestre y grupo: _________________

No.	Criterios	Valoraciones		
		Sí	No	Observaciones
1	Trabaja de manera ordenada.			
2	Comprendió claramente el concepto de función implícita.			
3	Maneja la diferencia de función implícita y función explícita.			
4	Mantiene una actitud de respeto y tolerancia hacia el desarrollo de la actividad.			
5	Comprende claramente cómo identificar una función implícita.			

Lista de cotejo para evaluar los ejercicios del anexo 3.

Estudiante a evaluar	Semestre y grupo	Fecha
	Instrucciones: Escriba una “x” en la columna Sí, cuando se cumple con la actividad o una “x” en la columna No en caso contrario para cada aspecto a evaluar.	

Aspecto a evaluar	Cumplimiento		Ponderación
	Sí	No	
1. Resolvió todos los ejercicios asignados por la o el docente.			
2. Agrupa correctamente “y’”.			
3. Resolvió dentro del tiempo establecido.			
4. Llegó al resultado correcto en los ejercicios.			
5.Todos los ejercicios incluyen procedimiento.			

Total:

Lista de cotejo para evaluar los ejercicios del anexo 5.

<table>
<tr><th>Estudiante a evaluar</th><th>Semestre y grupo</th><th>Fecha</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Instrucciones: Escriba una “x” en la columna Sí, cuando se cumple con la actividad o una “x” en la columna No en caso contrario para cada aspecto a evaluar.</td></tr>
</table>

Aspecto a evaluar	Cumplimiento		Ponderación
	Sí	No	
1. Presenta todas sus respuestas en forma simplificada.			
2. Resolvió todos los ejercicios asignados por la o el docente.			
3. Resolvió dentro del tiempo establecido.			
4. Llegó al resultado correcto en todos los ejercicios.			
5.Todos los ejercicios incluyen procedimiento correcto.			

Total: